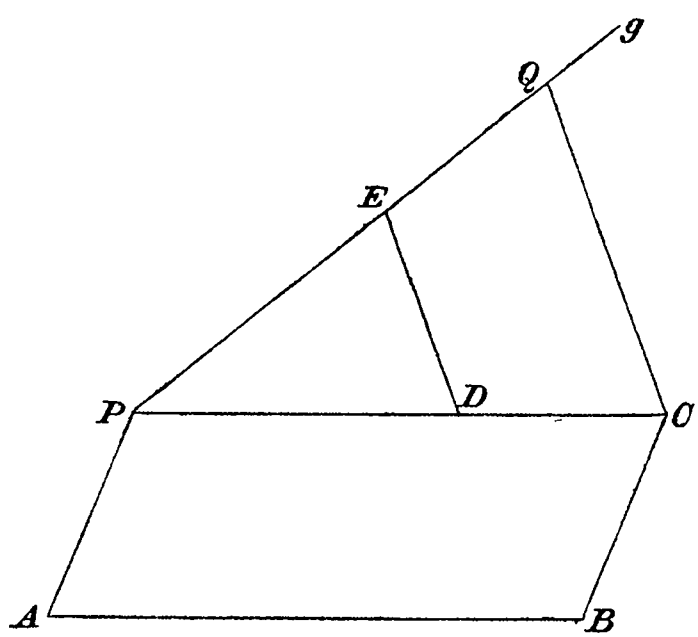
Das Streckenabtragen.

Von

Josef Kürschák in Budapest.

Herr D. Hilbert hat in seiner Festschrift „*Grundlagen der Geometrie*“ bewiesen, dass diejenigen ebenen Constructionsaufgaben, die unter ausschliesslicher Benutzung seiner fünf Axiomgruppen lösbar sind, sich *mittels Lineals und Streckenübertragers* ausführen lassen. (Kap. VII, Satz 40.)

Es soll nun gezeigt werden, dass — bei Benützung des Lineals — der Streckenübertrager sich durch ein *Aichmass* ersetzen lässt, welches nur das Abtragen *einer* gewissen, durch jenes Aichmass bestimmten, Strecke a ermöglicht.



Von einer Aufgabe, dem Parallelenziehen, ist es allgemein bekannt, wie sie mit Lineal und Aichmasse zu lösen ist. Soll man nämlich durch einen gegebenen Punkt zu einer Geraden eine Parallele ziehen, so wird man auf der gegebenen Geraden aus einem ihrer Punkte nach beiden Seiten hin mit Hilfe des Aichmasses die Strecke a abtragen, und dann die Aufgabe mittels Lineals lösen*).

Dies benützend, können wir eine beliebige Strecke AB in folgender Weise auf g von P aus abtragen. Wir verbinden P mit A durch eine Gerade, und ziehen durch B eine Parallele zu AP, wie auch durch P eine Parallele zu AB. Schneiden sich letztere in C, so ist $PC = AB$.

*) Siehe z. B. Steiner, die geometrischen Constructionen, Seite 15.

Nun werden wir auf PC und g mittels des Aichmasses die Strecken

$$PD = PE = a$$

abtragen, und durch C eine Parallele zu DE ziehen. Schneidet diese die Gerade g im Punkte Q, so ist

$$PQ = PC = AB.$$

Liegt zufällig AB auf g, oder ist AB parallel zu g, so kann AB vorerst auf eine zu AB nicht parallele Gerade abgetragen werden, und von hieraus auf g. Man kann aber natürlich in diesen Fällen auch einfacher zum Ziele gelangen.

Budapest.